Grundriss

1 WAS IST KOMPLEXITÄT?

Komplex oder kompliziert?

Komplex erscheint zunächst nur als ein modischer Ersatz für *kompliziert*, das sich seinerseits für das deutsche Wort verwickelt eingebürgert hat. Gibt es tatsächlich einen sachlichen Unterschied zwischen kompliziert und komplex? Kompliziert ist ein System, das schwierig zu überblicken ist, dessen geduldige Analyse aber eine Zerlegung in Untereinheiten erlaubt, also eine Auflösung der »Verwicklung«. Mit Hilfe der übersichtlichen Teile wird ein Verständnis des Gesamtsystems möglich.

Für ein komplexes System, im Deutschen vielleicht am besten durch »vielschichtig« wiedergegeben, ist diese Art der Unterteilung nicht möglich, oder präziser, sie trägt nicht zum Verständnis des Gesamtsystems bei: Gerade die Vernetzung vermeintlicher Einzelteile prägt wesentliche Eigenschaften des Gesamtsystems, die mit Hilfe der getrennten Teile entweder nicht erfasst werden oder gar nicht existieren. Man spricht hier von Emergenz, oder etwas alltagstauglicher: Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile.

Ein Auto bietet sich als Beispiel an: Es besteht aus vielen Einzelteilen oder auch Funktionseinheiten, die alle für sich verständlich sind und einem bestimmten Zweck dienen, den sie, so die Konstrukteure gut gearbeitet haben, auch erfüllen. Einmal zusammengebaut, ergibt sich eine neue Eigenschaft: Das Auto fährt!

Was wäre nun ein System, das ›nur‹ kompliziert ist? Vielleicht die verwickelten Gassen in einer typischen italienischen Altstadt, z.B. Florenz: Fast alle von ihnen sind Einbahnstraßen, aber wenn man einmal das Prinzip durchschaut hat, nach dem die Einbahnregelung aufgebaut ist, hat sich die Verwicklung gelöst und man findet sich gut zurecht. Eine kleine Änderung macht aus diesem komplizierten System ein komplexes System: Wenn die Richtung der Einbahnstraßen je nach Verkehrsbelastung flexibel gehandhabt würde, stadtauswärts oder stadteinwärts, dann entsteht ein Rückkopplungsmechanismus, der wesentlicher Bestandteil vieler komplexer Systeme ist. Er macht es unmöglich, die Richtung der Einbahnstraße zuverlässig vorherzusagen, sie hängt von den Verkehrsteilnehmern selbst ab. Unvorhersagbarkeit wiederum assoziieren wir mit chaotischem Verhalten, sind also komplexe Systeme einfach nur chaotisch?

Komplex oder chaotisch?

Sicher kann man sagen: Ein komplexes System trägt auch chaotische Züge. Der Umkehrschluss gilt allerdings nicht, chaotisch impliziert nicht notwendigerweise komplex. Rein chaotisches Verhalten ist nicht komplex, auch wenn eine kleine Änderung der Anfangsbedingung große Folgen haben kann. Das lässt sich besser verstehen, wenn man bedenkt, dass rein chaotisches Verhalten mit zufälligem Verhalten insofern verwandt ist, als beide (über längere Zeiten) nicht voraussagbar sind. Intuitiv werden wir aber einem zufälligen Muster keinen hohen Komplexitätsgrad zuschreiben, einem hochorganisierten Ameisenstaat aber schon. Informatiker und Logiker haben mit dem Begriff der ›logischen Tiefe‹ ein Maß formuliert, das sowohl einem regulären als auch einem zufälligen Muster einen niedrigen S. 112 Komplexitätsgehalt zuordnet. Die Grundidee der **algorithmischen Komplexität** liegt darin, ein komplexes System durch seinen minimalen Informationsgehalt zu charakterisieren. Ob dies nun eine Beschreibung der Elemente im System ist und etwa ihrer zeitlichen Entwicklung oder z. B. nur der Vorschrift, nach der sich diese Elemente entwickeln, spielt keine Rolle.

Allerdings wird der Informationsgehalt und die damit assoziierte Komplexität stark von der jeweiligen Beschreibung ein und desselben Gegenstandes abhängen, wie das folgende Beispiel deutlich macht: Nehmen wir an, eine Seite Text soll an einen anderen Ort elektronisch übertragen werden. Um als Fax gesendet zu werden, wird sie gerastert und digitalisiert. Das bedeutet die Erzeugung einer großen Menge von Koordinaten, denen schwarze oder weiße Pixel zugewiesen werden. Nicht nur Buchstaben, auch kleine Verunreinigungen im Papier werden zu schwarzen Pixeln codiert. Es entsteht eine höchst umfangreiche und unüberschaubare Datenmenge, die man, ohne ihre Bedeutung zu kennen, für komplex halten könnte. Werden dagegen die Buchstaben der Wörter nach einem Schema codiert, wie dies in allen Computern nach internationalen Normen geschieht, und dann z. B. als E-Mail gesendet, ist der Aufwand und die Menge an Information erheblich geringer, das System erscheint weniger komplex.

Hieran wird auch eine Schwierigkeit deutlich, die bei der Einschätzung der Komplexität eines Systems auftritt: Sie zielt auf die minimale Information, mit der man das System beschreiben kann. Abgesehen von Systemen, die von vornherein mittels eines gegebenen Algorithmus erzeugt werden, also mit einer Vorschrift, die man kennt, kann man nie sicher sein, ob man die Beschreibung mit dem geringsten Aufwand bereits gefunden hat, die Komplexität also nicht überschätzt wird.

Mit dem quantitativen Aspekt des minimalen Informationsgehalts ist mit Komplexität in natürlicher Weise formuliert, was schon seinerzeit Ernst Mach (1838–1916) mit seiner Denkökonomie als Ziel der Wissenschaft ausgerufen hatte: die einfachste Beschreibung für Phänomene zu finden. Allerdings geschieht dies mit der Thematisierung der Komplexität heutzutage in radikal anderer Weise als zu Machs Zeit, in der man die Einfachheit als Gegensatz zu der eingangs diskutierten Kompliziertheit begriff und noch weit davon entfernt war, die Vielschichtigkeit des Komplexen angemessen in den Blick zu nehmen.

erwarten würde, dass sich zumindest die schwereren Nüsse im Müsli weiter nach unten bewegen. Dieses allgemeine Phänomen, dass verschiedene Stoffe in einem Granulat dazu neigen, sich von selbst stärker zu ordnen, ist als das Paranuss-Problem bekannt: Das ursprünglich gut gemischt abgepackte Müsli kann sich beim Transport entmischen. Der wissenschaftlichen Lösung des Paranuss-Problems ist man tatsächlich erst in den letzten Jahren auf die Spur gekommen. Die Theorie läuft darauf hinaus, dass sich verschiedene Granulate in einer Mischung wie Stoffe mit unterschiedlichem Schmelzpunkt verhalten und in ihren Eigenschaften zwischen einer flüssigen und einer quasikristallinen Phase schwanken.[18]

Granulare Systeme lassen sich ganz generell nicht in ein Schema »fest oder flüssig« pressen: Entnimmt man Kies oder Getreide aus einem Silo, so können diese Stoffe fast wie Flüssigkeiten fließen, es kann aber auch umgekehrt plötzlich zu Stauungen und Verstopfungen kommen. Je nachdem, wie stark beispielsweise Sand komprimiert ist, kann man auf ihm laufen wie auf einer harten Oberfläche, oder man sinkt tief ein. Die merkwürdigen Eigenschaften granularer Materie haben ihre Ursache zum einen in der Reibung zwischen den einzelnen granularen Teilchen (einem mikroskopisch immer noch nicht vollständig verstandenen Effekt) und zum anderen in der Tatsache, dass das Granulat durch Verkanten Hohlräume bildet, mit dem Effekt, dass die Dichte granularer Materie räumlich und zeitlich sehr schwanken kann.

Sanddünen sind wohlbekannte Repräsentanten natürlicher granularer Systeme. Durch Wind wird Sand auf- und abgetragen, wodurch die Dünen wandern können oder eine Vielzahl charakteristischer Formen ausbilden, abhängig von den lokalen Bedingungen. Das vielleicht am besten untersuchte Beispiel stellen die Barhan-Dünen dar, die entstehen können, wenn der Wind immer aus der gleichen Richtung weht und nicht genug Sand zur Verfügung steht (z. B. in Peru, Namibia und Marokko). Sie haben, wie in Abbildung 16 zu sehen ist,

die Form eines Croissants und bewegen sich mit einer Geschwindigkeit von bis zu 60 Metern pro Jahr fort. Der Physiker Hans Hermann hat an Hand von Computersimulationen nachvollzogen, wie sich die spezielle Gestalt dieser Dünen herausbildet.[19] Die Barhan-Dünen sind ein weiteres eindrucksvolles Beispiel dafür, dass aus unzählig vielen Einzelteilen bestehende Systeme von selbst stabile geordnete Strukturen ausbilden, deren Form und Dynamik sich nicht (direkt) aus den mikroskopischen Wechselwirkungen erschließen lassen. Dünen sind komplexe Systeme.

Sandhügel, Lawinen und Skalengesetze

Wir wollen im Folgenden am Beispiel eines Sandhaufens komplexen Phänomenen in granularen Systemen näher auf den Grund gehen. Lässt man Sand stetig an einer Stelle auf die Erde rieseln, so bildet sich langsam ein Sandhügel, der Hügel wächst und seine Hänge werden zunehmend steiler. Zunächst gehen kleinere, dann eventuell auch größere Lawinen ab.

Der Sandhügel ist ein offenes System im Nichtgleichgewicht, dem ständig Energie und Materie durch den rieselnden Sand von oben zugeführt wird. Durch schlichtes Herunterrollen oder durch ganze Lawinen verlassen Sandkörner wieder den Sandhaufen (wenn man dessen Grundfläche begrenzt). Durch das Wechselspiel zwischen stetem Hinzufügen des Sands und plötzlichen Lawinenabgängen schwankt die Neigung der Böschung um einen bestimmten kritischen Wert. Im zeitlichen Mittel jedoch bildet sich so ein stationärer Zustand aus, d. h. die mittlere Sandmenge und Hangneigung des Sandhügels bleiben gleich. Nichtsdestoweniger gerät er durch plötzliche Lawinenabgänge aus einer temporären Balance, ehe er sich wieder zwischenzeitlich stabilisiert. Die Sandlawinen ihrerseits entstehen durch eine Kettenreaktion, in der ein einzelnes fallendes Sandkorn andere Körner anstößt, die wiederum weitere mitreißen. Wann und auf welcher Länge der Hang abrutscht, ist unmöglich vorauszusagen. Die Lawinen haben eine ihnen eigene kollektive Dynamik, die sich grundsätzlich vom Verhalten einzelner Sandkörner unterscheidet. Die Ausbildung der kritischen Steigung der Böschung und das globale Verhalten des Sandhügels sind Ausdruck von Emergenz; sie lassen sich nicht aus der Kenntnis der lokalen Dynamik der Körner vorhersagen. Auch Sandhügel sind komplexe Systeme.

Selbst wenn man einzelne Lawinen nicht prognostizieren kann, so lassen sich zumindest statistische Betrachtungen über ihre Größe und Häufigkeit anstellen, um die komplexe Dynamik zu quantifizieren. Dem widmeten sich Ende der 80er Jahre die theoretischen Physiker Bak, Tang und Wiesenfeld. Sie entwickelten ein einfaches Modell eines Sandhaufens: Sie stellten sich eine schachbrettartig in Quadrate unterteilte Fläche vor, auf die Sand rieselt. Jedes der Felder enthält eine gewisse Zahl übereinander gestapelter quadratischer »Sandkörner«. Ein herunterrieselndes Sandkorn wird dadurch simuliert, dass man die Zahl der Körner eines zufällig ausgewählten Quadrats um eins erhöht. Übersteigt die Zahl der Sandkörner, also die Höhe des Stapels auf einem Kästchen, einen kritischen Wert, sagen wir vier, dann werden die vier Sandkörner auf die benachbarten Kästchen verteilt. Für die sich ergebende neue Verteilung der Körner wird dann die Vorschrift erneut angewendet. Dieses Minimalmodell eines Sandhaufens ist ein weiteres typisches Beispiel eines **zellulären Automaten**. Das Modell und die Iterationsvorschrift, bei der man nur bis vier zählen können muss, stellen natürlich eine extreme Vereinfachung eines echten Sandhaufens dar, bei dem die Körner verschieden geformt sind, Schwer- und Reibungskräfte herrschen, Energie übertragen wird usw. Dennoch erweisen sich Vorhersagen für die Statistik von Lawinenabgängen, die auf diesem Modell beruhen, als erstaunlich wirklichkeitsnah. Eine »Lawine« entsteht im Zellularautomatenmodell in einer Kettenreaktion dadurch, dass eine Zelle mit vier oder mehr Körnern diese an ihre Nachbarzellen weitergibt,

S.106

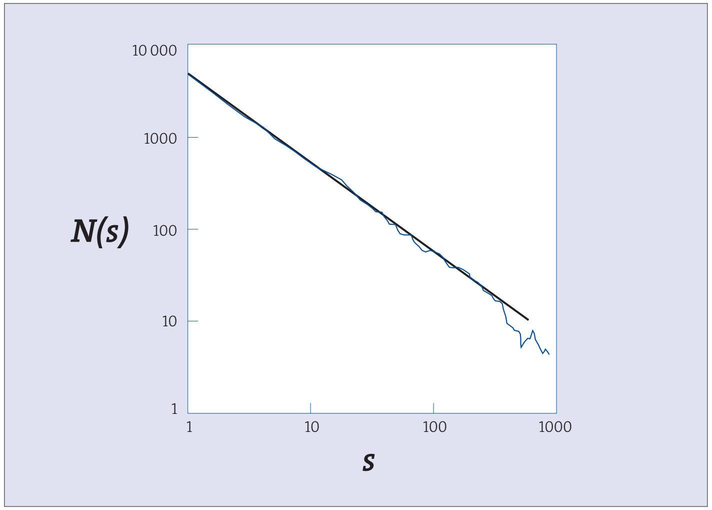

Abb. 17: Lawinenzahl *N(s)* als Funktion ihrer Größe *s* in logarithmischer Darstellung aufgetragen.

die ihrerseits »überlaufen« und Sandkörner weitergeben und so fort. Nach einer gewissen Zahl von Zeitschritten hält die Lawine irgendwann von selbst, und man muss erst von außen neue Sandkörner hinzufügen, um eventuell nach einiger Zeit eine neue Lawine auszulösen. Die Zahl s der Kästchen, die an einer Kettenreaktion beteiligt sind und dabei die kritische Zahl (vier) erreichen, gibt die Größe der Lawine an. Ein geeignetes Maß für ihre »Stärke« ist der Logarithmus von s. Das bedeutet beispielsweise, dass eine Lawine der Größe $s = 1000 = 10^3$ die Stärke 3 besitzt. Sie ist zehnmal größer als eine Lawine der Stärke 2 ($s = 100 = 10^2$) und hundertmal größer als eine Lawine der Stärke 1 ($s = 10 = 10^1$).

Nun kann man auf dem Computer leicht Millionen von künstlichen Lawinen simulieren und nach ihrer Stärke ordnen. Das Ergebnis ist in Abbildung 17 dargestellt. Auf der horizontalen Achse ist die

Stärke der Lawine, der Logarithmus ihrer Größe, aufgetragen. Entsprechend ist auf der vertikalen Achse die Zahl *N(s)* der Lawinen einer gegebenen Stärke in logarithmischer Darstellung aufgetragen, d.h. an der Achse stehen 1, 10, 100, 1000, ... in jeweils gleichen Abständen. Man sieht, dass die Ergebnisse der Computersimulationen annähernd auf einer Geraden (mit Steigung –1,1) liegen. Was bedeutet dieses Ergebnis? Zunächst folgt daraus, dass die Zahl der Lawinen mit ihrer Größe abnimmt, genauer gesagt gibt es etwa zehnmal so viele Lawinen der Stärke 2 wie Lawinen der Stärke 3, zehnmal mehr Lawinen der Stärke 1 wie Lawinen der Stärke 2 usw. Die hier bei doppelt logarithmischer Auftragung entstehende Gerade ist Ausdruck S.84 eines **Potenzgesetzes**. Abgesehen von kleinen statistischen Fluktuationen entspricht die Kurve einer einfachen Geraden. Alle Lawinen von den kleinsten, aus wenigen Sandkörnern bestehenden, bis hin zu den größten, sich über den ganzen Hang erstreckenden, gehorchen dem gleichen Gesetz! Das Gesetz gilt somit auf allen (Größen-)Skalen. Man spricht von Skalenfreiheit oder Skaleninvarianz. Es gibt keine charakteristische Größeneinheit, die beispielsweise durch ein Maximum in der Verteilungsfunktion gegeben wäre. Auf Grund der monotonen strukturlosen Verteilung ist keine Stärke der Lawinen ausgezeichnet. Auf die Frage: »Wie stark ist eine typische Lawine?« gibt es keine sinnvolle Antwort.

Gibt es eine derartige Gesetzmäßigkeit auch für Lawinen in ›echten‹ Sandhügeln? Dieser Fragestellung wurde in verschiedenen Experimenten mit unterschiedlichen Granulaten nachgegangen. Obwohl von der Konzeption her einfach, erwies es sich als höchst kompliziert, derartige Experimente kontrolliert und reproduzierbar durchzuführen und die Größe von Lawinen genau zu messen. Das präziseste Experiment wurde schließlich von Feder und seinen Mitarbeitern nicht mit Sand, sondern mit Reis durchgeführt. Es dauerte insgesamt über ein Jahr, unter anderem auch, weil große Lawinen sehr selten sind und man für eine gute Statistik lange warten muss. Die Reisexperimente zeigten unzweideutig, dass die im Labor erzeugten Lawinen denselben Skalengesetzen unterliegen. Das gilt aber nicht nur für die im Computer oder im Labor generierten Lawinen, sondern tatsächlich auch für ›echte‹ Lawinen.[20] Durch die Messung von Zahl und Größe von Erdrutschen (nahe zweier Gebirgsstraßen) im Himalaya ermittelte David Noever ein Skalengesetz, welches über sechs Größenordnungen (für Erdrutsche von 1 bis 10 Millionen m^3) Gültigkeit hat!

Erdbeben

Skalengesetze kreuzten bisher schon mehrfach unseren Weg, als Merkmal von **Fraktalen** und in universeller Form bei **Phasenübergängen**. S.87 S.98 Zu den hier für granulare Dynamik beobachteten Skalengesetzen gibt es jedoch auch Analoga in verschiedensten anderen Disziplinen, weit über die Physik hinaus. Das vielleicht eindrucksvollste Beispiel entstammt den Geowissenschaften: das Gutenberg-Richter-Gesetz für Erdbeben von 1949. Ähnlich wie bei den Lawinen im Kleinen ist es auch heute noch unmöglich, den genauen Zeitpunkt und Ort eines Erdbebens vorherzusagen; andererseits hat man über viele Jahre genaue Aufzeichnungen über die Zahl der Erdbeben und ihre Stärke, die durch die Richter-Skala festgelegt wird. Hierbei handelt es sich erneut um eine logarithmische Skala. Der angegebene Wert ist ein Maß für den Logarithmus der bei einem Erdbeben freigesetzten Energie: Bei einem Erdbeben der Stärke 7 wird demnach zehnmal so viel Energie wie bei einem Beben der Stärke 6 und eine Million Mal mehr Energie freigesetzt als bei einer leichten Erschütterung der Stärke 1. Trägt man die Zahl der Erdbeben logarithmisch, gegen ihre Stärke auf der Richter-Skala auf, so liegen die Datenpunkte aller Erdbeben erneut alle auf einer gemeinsamen Geraden (Abb. 18)! Das ist das empirische Gutenberg-Richter-Gesetz.

Das Frappierende ist, dass einerseits kleinste Erschütterungen der Stärke 1, wie die eines vorbeifahrenden Zuges, und andererseits ge-