

## 1 DIE BEDEUTUNG DER QUANTENTHEORIE

Die Quantentheorie ist ein fundamentaler Bestandteil des physikalischen Weltbildes. Der Begriff »Quanten« rührt daher, dass man in der Natur diskrete Erscheinungen (zum Beispiel Spektren) beobachtet, die man mit der vor der Quantentheorie bekannten Physik, der so genannten »klassischen Physik«, nicht erklären konnte. Inzwischen bezeichnet man mit Quantentheorie einen allgemeinen theoretischen Rahmen, in dem sich die Objekte der Mikrowelt (Moleküle, Atome, Elementarteilchen) und ihre Wechselwirkungen konsistent beschreiben lassen. Darüber hinaus zeichnet sich ab, dass die Quantentheorie auch der makroskopischen Welt, die sich ja aus Atomen zusammensetzt, zugrundeliegt und deshalb universelle Bedeutung besitzt. So lässt sich etwa die Stabilität der uns umgebenden Materie nicht ohne diese Theorie verstehen.

Da die Quantentheorie viele grundlegende Begriffe wie Materie, Kausalität oder Beobachtung in einem neuen Licht erscheinen lässt, strahlt sie auch in die Philosophie hinein aus. In den Worten des Quantenphysikers Bernard d'Espagnat: »Jeder, der sich eine Vorstellung von der Welt zu machen sucht – und von der Stellung des Menschen in der Welt –, muss die Errungenschaften und die Problematik der Quantentheorie einbeziehen. Mehr noch, er muss sie in den Mittelpunkt seines Fragens stellen.« Doch die Quantentheorie besitzt auch eine große Bedeutung für die Alltagswelt. Angeblich ist ein Viertel des erwirtschafteten Bruttosozialproduktes auf Entwicklungen zurückzuführen, die direkt oder indirekt durch die Quantentheorie möglich wurden. Die Entwicklung des Lasers in den sechziger Jahren des letzten Jahrhunderts hat unter anderem Anwendungen

in der Medizin (Augenheilkunde) und der Compact-Disc-Technik (CDs) hervorgebracht. Ohne ein Verständnis der Atomkerne und ihres Drehimpulses (des Kernspins) wäre die Kernspintomographie, mit der man in der Medizin Schnittbilder des Körperinneren herstellt, undenkbar. Das Gleiche gilt für die Herstellung von Atomuhren mit ihrer extremen Ganggenauigkeit. Transistoren und andere Halbleiterelemente sind unverzichtbare Voraussetzungen für die Computertechnik.

## 2 GRUNDLAGEN

### 2.1 Teilchen und Wellen

Um 1900 war die Situation in der Physik durch ein dualistisches Materiekonzept gekennzeichnet. Auf der einen Seite stand die klassische Mechanik mit ihren Bahnen von Körpern und der instantan über große Entfernungen hinweg wirkenden Schwerkraft (Gravitation). Auf der anderen Seite gab es das elektromagnetische Feld mit seinen Wellen, die sich mit Lichtgeschwindigkeit durch den leeren Raum bewegen. Erzeugung und Nachweis dieser Wellen waren 1887 von Heinrich Hertz in einem Epoche machenden Experiment gelungen. Das Licht selbst gehört zu dieser Klasse von Wellen. Es gibt also Dinge in der Natur, die sich wie materielle Teilchen und solche, die sich wie Wellen verhalten. Zu Ersteren gehörte auch das Ende des 19. Jahrhunderts entdeckte Elektron.

Um selbst dieses dualistische Konzept konsistent beschreiben zu können, musste eine neue Vorstellung von Raum und Zeit entwickelt werden. Insbesondere musste die Überzeugung aufgegeben werden, dass man objektiv von der Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse sprechen könne. Diese neue Vorstellung führte Albert Einstein 1905 durch die Spezielle Relativitätstheorie ein. Zehn Jahre später gelang ihm mit der Allgemeinen Relativitätstheorie auch der konsistente Einbau der Gravitation. Raum und Zeit werden hier durch eigene

dynamische Freiheitsgrade beschrieben, und in Analogie zu den elektromagnetischen Wellen gibt es auch Gravitationswellen, die sich mit Lichtgeschwindigkeit fortpflanzen. Auch in den Relativitätstheorien bleibt freilich der Unterschied zwischen Teilchen auf der einen und Wellen auf der anderen Seite bestehen.

Licht hatte man nicht immer durch Wellen beschrieben. Isaac Newton vertrat die Ansicht, dass Licht aus winzig kleinen Korpuskeln bestehe. Erst die Experimente von Thomas Young Anfang des 19. Jahrhunderts überzeugten die wissenschaftliche Gemeinschaft von der Wellennatur des Lichtes. Young hatte 1801 festgestellt, dass sich beim Durchgang von Licht durch einen Doppelspalt auf einem dahinter befindlichen Schirm abwechselnd helle und dunkle Flecken bilden. Das konnte man nur dadurch erklären, dass das Licht aus Wellen besteht, die sich abwechselnd verstärken und gegenseitig auslöschen können; man spricht dabei von Interferenzphänomenen. Auch die schon von Newton beschriebenen und nach ihm benannten Ringe konnten in diesem Bild verstanden werden.

Es sollte sich aber bald zeigen, dass dieses dualistische Materiekonzept erweitert werden musste, um Experimente konsistent beschreiben zu können. Am Anfang stand das Problem, die Strahlung eines Schwarzen Körpers zu verstehen. Ein Schwarzer Körper ist dadurch charakterisiert, dass es ständig Emission und Absorption von Strahlung gibt, die mit dem Körper im Gleichgewicht steht. Üblicherweise betrachtet man einen Hohlraum, dessen Wände auf konstanter Temperatur gehalten werden (weswegen man auch von Hohlraumstrahlung spricht). Durch eine kleine Öffnung kann Strahlung ein- und austreten, ohne das Gleichgewicht zu stören. Experimente, die Ende des 19. Jahrhunderts durchgeführt wurden, zeigten, dass die gemessene Verteilung der Energie über die verschiedenen Frequenzen der Strahlung im Widerspruch zur Theorie des Elektromagnetismus stand. Um diesen Widerspruch zu beseitigen, führte Max Planck im Jahre 1900 eine Hypothese ein. Er postulierte, dass

die Energie von den Wänden an die Strahlung nur in Vielfachen («Quanten») einer Grundenergie abgegeben oder aufgenommen werden könne. Diese Grundenergie  $E$  ist durch den Ausdruck

$$E = h\nu \quad (1)$$

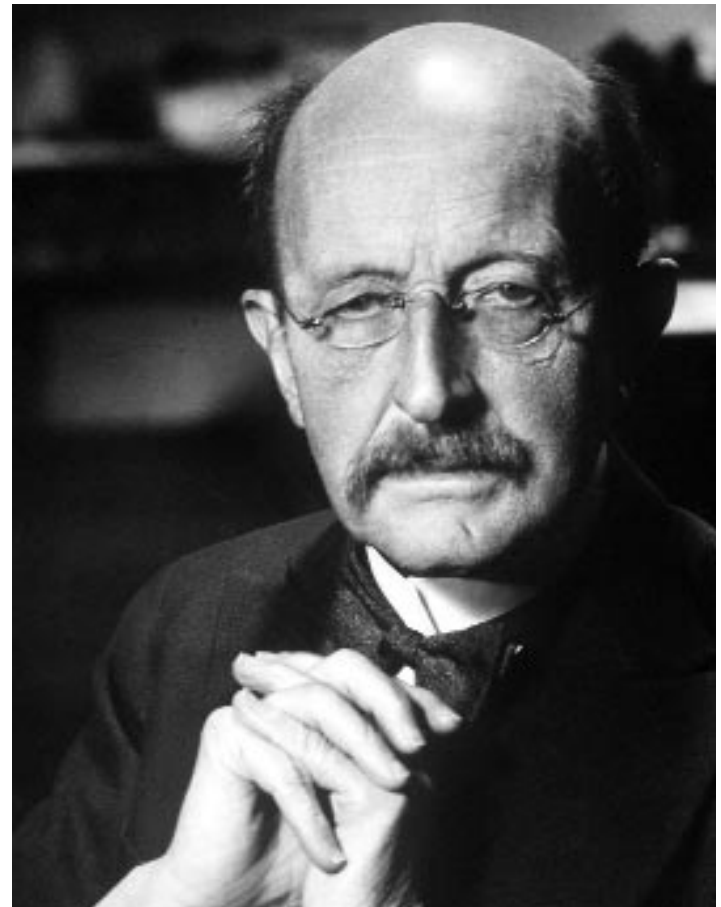
gegeben. In dieser Formel bezeichnen  $\nu$  die Frequenz der Strahlung und  $h$  eine neue Naturkonstante, die Planck an dieser Stelle einführte. Man hat sie ihm zu Ehren als Planck'sches Wirkungsquantum bezeichnet. Da die Frequenz die Anzahl der Schwingungen pro Zeiteinheit angibt, ist die Energie umgekehrt proportional zu der (als Periode bezeichneten) Zeit für eine Schwingung. Mit Plancks Hypothese ergab sich für die Energieverteilung der Strahlung über die verschiedenen Frequenzen (man spricht dabei von einem Spektrum) ein Ergebnis, das den Experimenten entsprach. In Abb.1 ist dieses Planck-Spektrum dargestellt. Gestrichelt ist die Vorhersage der klassischen elektromagnetischen Theorie eingezeichnet. Man erkennt, dass sie für hohe Frequenzen eine immer höhere Energie verlangt, was insgesamt zu einer unendlich großen Energie führen würde – einem absurden Ergebnis. Da diese hohen Energien bei großen Frequenzen (dem »ultravioletten Bereich«) auftreten sollten, sprach man auch von der Ultraviolettkatastrophe.

In der Physik bezeichnet man als Wirkung eine Größe, welche die Dimension Energie mal Zeit hat, gemessen beispielsweise in Joule (J) mal Sekunde (s). Das Planck'sche Wirkungsquantum hat den Wert

$$h \approx 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js} \quad (2)$$

und gibt in einem gewissen Sinne die kleinstmögliche physikalische Größe an, welche die Dimension einer Wirkung hat. Statt  $h$  selbst ist es oft zweckmäßig,  $h$  geteilt durch die Zahl  $2\pi$  zu betrachten. Man bezeichnet diese neue Größe als  $h$ -quer, geschrieben

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 1,05 \times 10^{-34} \text{ Js} . \quad (3)$$



»Bei der Einführung der Wirkungsquanten  $h$  in die Theorie ist so konservativ als möglich zu verfahren, d.h. es sind an der bisherigen Theorie nur solche Änderungen zu treffen, die sich als absolut nötig herausgestellt haben.« So schrieb Max Planck (1858–1947) noch im Jahr 1910, zehn Jahre nach seiner Einführung des Wirkungsquantums. Doch es wurde eine Revolution daraus, ins Werk gesetzt von einer deutlich jüngeren Generation von Physikern.

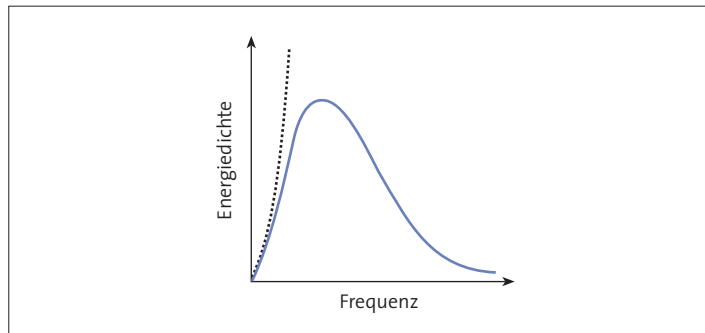


Abbildung 1: Planck-Spektrum. Gestrichelt eingezeichnet ist die Vorhersage der klassischen Theorie, die zu unendlich großer Energie führen würde.

Planck verlangte noch nicht, dass auch die Strahlung selbst in Quanten vorliege, obwohl die Gleichung (1) dies eigentlich nahelegen würde. Diesen wichtigen Schritt vollzog Einstein 1905 in einem anderen Zusammenhang. Strahlt man Licht auf eine Metalloberfläche, so können dadurch Elektronen aus dem Metall abgelöst werden (lichtelektrischer Effekt). Nach der klassischen Theorie sollte die Energie der Elektronen von der Intensität der einfallenden Lichtwelle abhängen. Stattdessen beobachtet man, dass zwar die Zahl der Elektronen von der Intensität abhängt, deren Energie aber von der Frequenz des Lichtes. Insbesondere findet unterhalb einer kritischen Frequenz keine Elektronenemission statt. Einstein erklärte dies, indem er annahm, dass das Licht aus Quanten der Energie  $E = h\nu$  bestehe – später nannte man diese Lichtquanten Photonen. Bei kleinen Frequenzen ist die Energie einfach zu gering, um die Elektronen aus dem Metall zu lösen. Später konnte Einstein mit diesem Bild eine einfache Ableitung des (in Abb.1 dargestellten) Planck'schen Strahlungsgesetzes liefern.

In einem bedeutenden Vortrag 1909 in Salzburg hat Einstein den Welle-Materie-Dualismus für Licht begründet. Er betrachtete dazu

einen Spiegel in einem mit Strahlung gefüllten Hohlraum. Die Strahlung übt auf den Spiegel einen Druck aus, der sich mit dem Planck'schen Gesetz berechnen lässt. Das Ergebnis setzt sich aus zwei Anteilen zusammen: einem Term, der so aussieht, als handele es sich bei der Strahlung um ein Gas mit unabhängigen Lichtteilchen, und einem Term, wie er von klassischen Lichtwellen herrühren würde. Beide Anteile werden gebraucht, weshalb Licht sowohl Teilchen- als auch Welleneigenschaften aufweist.

Die Lichtquantenhypothese hat sich endgültig durchgesetzt, nachdem Arthur Compton 1922 den Impulsübertrag eines Photons auf ein Elektron bei einem Stoß direkt nachweisen konnte. Nach dem Stoß hat das Photon eine geringere Energie und deshalb eine kleinere Frequenz (eine größere Wellenlänge), im Unterschied zur klassischen Theorie, nach der keine Frequenzänderung stattfinden sollte. Die Änderung der Wellenlänge ist bei diesem Compton-Effekt von der Größenordnung

$$\lambda_c = \frac{h}{m_e c} \approx 3,9 \times 10^{-11} \text{ cm}, \quad (4)$$

wobei  $m_e$  die Masse des Elektrons und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit bedeuten; man nennt  $\lambda_c$  auch die Compton-Wellenlänge.

Wenn das Licht sowohl Teilchen- als auch Welleneigenschaften besitzt, sollte das nicht auch für alle anderen Materieformen gelten? Sollte deshalb nicht auch etwa ein Elektron sich wie eine Welle verhalten können? Dass dem tatsächlich so ist, formulierte Louis de Broglie 1923 als Hypothese. Er postulierte, dass Teilchen wie Elektronen auch eine Frequenz und eine Wellenlänge zugeordnet werden könne. Der Zusammenhang zwischen Energie und Frequenz ist dabei durch die Planck'sche Formel (1) gegeben. Entsprechend gibt es einen Zusammenhang zwischen Impuls  $p = mv$  (Masse mal Geschwindigkeit) und Wellenlänge  $\lambda$ , der durch

$$p = mv = \frac{h}{\lambda} \quad (5)$$



Paul Dirac und Werner Heisenberg im Jahr 1933 vor der Freien Universität Brüssel. Heisenbergs Dialog mit Dirac war von grundlegender Bedeutung für die Formulierung und Interpretation von Heisenbergs Unbestimmtheitsprinzip.

gegeben ist. Je größer der Impuls, desto kleiner also die Wellenlänge. Für makroskopische Objekte ist diese deBroglie-Wellenlänge winzig klein. So findet man etwa für einen Körper der Masse  $10^{-5}$  Gramm, der sich mit der Geschwindigkeit von einem Millimeter pro Sekunde bewegt, eine Wellenlänge von der Größenordnung  $10^{-22}$  Millimeter, was unmessbar klein ist. Diese Kleinheit rührt natürlich direkt von der Kleinheit des Wirkungsquantums  $h$  her. Für kleine Massen, wie sie bei Atomen und Elementarteilchen vorliegen, erhält man aber größere Wellenlängen, die sich messen lassen. So hat man schon 1927 Elektronen an einem Kristallgitter gestreut und dabei Interferenzen beobachtet, wie man sie vom Licht her kannte – in voller Übereinstimmung mit deBroglies Formel (5). Ein analoger Effekt, die viel schwieriger zu messende Beugung von Elektronen an Licht, konnte 2001 an der University of Nebraska beobachtet werden. Dieser Effekt war bereits 1933 von Paul Dirac und Pjotr Kapiza vorhergesagt worden. Natürlich gibt es viele Situationen, in denen sich Elektronen wie Teilchen verhalten; so hinterlassen sie etwa in einer mit Wasserdampf gefüllten Nebelkammer eine gerade Spur in Form eines Kondensstreifens.



Werner Heisenberg und Niels Bohr in Kopenhagen. Aus Diskussionen zwischen Bohr und Heisenberg 1925-27 in Kopenhagen entstand die sogenannte Kopenhagener Interpretation der Quantentheorie.

Heute kann man mit einzelnen Atomen experimentieren und Interferenzexperimente anstellen, wodurch deren Wellennatur hervorragend manifestiert wird. Alle in der Natur beobachteten Materieformen unterliegen also dem Welle-Teilchen-Dualismus.

Neben der Hohlraumstrahlung war die Existenz von diskreten Linien in Spektren ein weiterer Punkt, der im Rahmen der klassischen Theorie nicht erklärt werden konnte. So beobachtet man zum Beispiel im Spektrum der Sonne viele dunkle Linien. Auf der anderen Seite emittiert etwa ein Gas aus Wasserstoff Licht bei diskreten Frequenzen bzw. Wellenlängen (siehe Abb. 2).

Die diskreten Frequenzen  $\nu$  gehorchen der aus dem Experiment gewonnenen Beziehung

$$h\nu = Ry \cdot \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right), \quad (6)$$

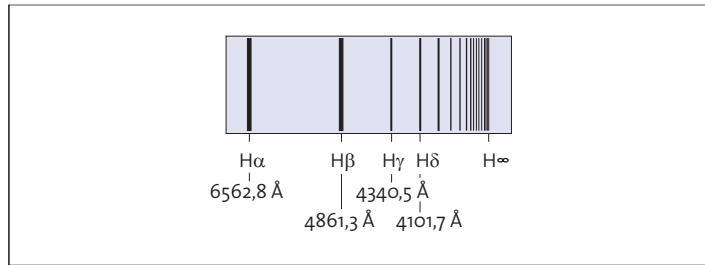


Abbildung 2: Spektrum des Wasserstoffatoms. Die Wellenlängen sind in Einheiten von  $1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm}$  angegeben.

wobei  $n$  und  $k$  natürliche Zahlen sind und  $Ry$  die so genannte Rydberg-Konstante bezeichnet, die man experimentell bestimmen kann. Man erkennt, dass in dieser Formel wieder das Wirkungsquantum erscheint. Um 1913 stellte man sich nach einem Modell von Niels Bohr vor, dass ein Atom aus einem positiv geladenen Kern bestehe, um den die negativ geladenen Elektronen wie Planeten kreisen. Nach der klassischen Theorie sollte eine beschleunigte Ladung aber kontinuierlich Energie abstrahlen (die so genannte Bremsstrahlung), die sich über einen weiten Frequenzbereich erstreckt und nicht nur über diskrete Werte wie bei (6). Darüber hinaus sollten die Elektronen durch den Energieverlust spiralförmig in den Kern stürzen und Materie eigentlich nicht stabil existieren können. Aus diesem Grund postulierte Bohr ad hoc, dass sich die Elektronen nur auf bestimmten diskreten Bahnen um den Kern bewegen dürfen (ein Bild, das sich später als unzureichend erweisen sollte). Bohrs »Quantisierungsbedingung« kann man in folgender Weise formulieren:

$$mvr = n\hbar . \quad (7)$$

In Worten besagt dies, dass das Produkt aus Masse  $m$ , Geschwindigkeit  $v$  und Bahnradius  $r$  ein natürliches Vielfaches ( $n$  bezeichnet eine natürliche Zahl) von  $\hbar$  ist. Gebraucht man statt der Frequenz  $\nu$  die so

genannte Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi\nu$ , so erhält man aus (1) die oft benutzte Form

$$E = \hbar\omega . \quad (8)$$

Setzt man die Bohr'sche Gleichung (7) in die Beziehung von deBroglie (5) ein, so findet man, dass die Bohr'sche Bedingung gerade besagt, dass eine ganze Zahl von Elektronenwellenlängen  $\lambda$  auf die Umlaufbahn mit Umfang  $U$  passen darf,

$$n\lambda = 2\pi r = U . \quad (9)$$

Die Situation ist also analog zu einer schwingenden Saite und direkt eine Konsequenz der Wellennatur von Elektronen.

Dass es in Atomen diskrete Energieniveaus gibt, erkennt man nicht nur an den Spektren. In einem berühmten Experiment von James Franck und Gustav Hertz aus dem Jahre 1913 werden Elektronen durch eine mit Quecksilberdampf gefüllte Röhre geschickt. Dabei müssen sie eine kleine negative Gegenspannung durchlaufen. Erhöht man diese Spannung, so wächst zunächst der von den Elektronen erzeugte Strom an. Bei weiterer Erhöhung stellt man allerdings fest, dass dieser Strom bei diskreten Werten der Gegenspannung rapide absinkt (Abb.3). Das ist genau dann der Fall, wenn die Energie der Elektronen ausreicht, um ein Quecksilberatom von dem Zustand niedrigster Energie (dem Grundzustand) in einen Zustand höherer Energie (einen angeregten Zustand) zu bringen. Dadurch verlieren die Elektronen an Energie und können die Gegenspannung nicht mehr durchlaufen. Die diskrete Struktur der Energieniveaus spiegelt sich dann in den diskreten Werten der Spannungen beim Stromabfall wider.

Das Bohr'sche Modell erklärt befriedigend das Spektrum des Wasserstoffatoms. Es versagt allerdings für kompliziertere Atome, beispielsweise Helium. Man musste daher eine Theorie konstruieren, welche dieses Modell und den Welle-Materie-Dualismus umfasst

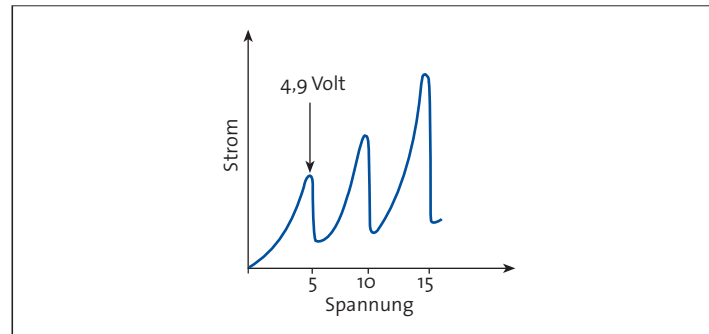


Abbildung 3: Franck-Hertz-Versuch

und verallgemeinert. Die Grundlagen dieser Theorie, der Quantentheorie (oder Quantenmechanik), wurden in den Jahren 1925–1927 geschaffen. Maßgeblich daran beteiligt waren Erwin Schrödinger, Werner Heisenberg, Max Born, Wolfgang Pauli und Paul Dirac. Die Quantentheorie ist etwas ganz anderes als die heuristische Vorstellung von einem Wellen-Teilchen-Dualismus und viel abstrakter. Der Wellenaspekt wird durch eine Wellenfunktion zum Ausdruck gebracht, die allerdings im Allgemeinen nicht mehr im normalen dreidimensionalen Anschauungsraum definiert ist, sondern auf einem hochdimensionalen Raum, den man als Konfigurationsraum bezeichnet. Der Bezug zum Teilchenbild ist nur noch über eine Wahrscheinlichkeitsinterpretation möglich. Im Folgenden werden die wichtigsten Elemente dieser Theorie vorgestellt, wobei auf den

S. 113

**Mathematischen Formalismus** verzichtet wird.

## 2.2 Superpositionsprinzip und Wahrscheinlichkeitsinterpretation

Ein grundlegendes Experiment für die Prinzipien der Quantentheorie ist der Doppelspaltversuch (Abb. 4): Quantenmechanische Objek-

te, beispielsweise Atome, Elektronen oder Photonen, werden durch zwei Spalte geschickt und auf einem dahinter befindlichen Schirm registriert. Bei dem Schirm kann es sich etwa um eine Photoplatte handeln, und bei der Registrierung ergibt sich dann ein Fleck durch Schwärzung. Bei klassischen Teilchen würden sich auf dem Schirm zwei geschwärzte Bereiche als Abbild der Spalte ergeben. Man stellt nun aber fest, dass sich im Laufe der Zeit nicht dieses Abbild, sondern ein Interferenzbild aufbaut, das sich aus den vielen Einzelflecken zusammensetzt – ein eindrucksvolles Beispiel für die Wellennatur quantenmechanischer Objekte. Dazu ist es völlig ausreichend, wenn zu einer gegebenen Zeit nur ein »Teilchen« die Spalte passiert. Dieses Teilchen interferiert somit mit sich selbst. Das Interferenzbild verschwindet, wenn nur der eine oder der andere Spalt offen ist. Es verschwindet auch, wenn das Teilchen zwischen Spalt und Schirm beobachtet wird. Durch diese Beobachtung entsteht quasi erst der Teilchencharakter (siehe Kap. 4), und die Welleneigenschaften gehen verloren. Das ist wie bei dem oben erwähnten Beispiel des Elektrons, das in einer Nebelkammer eine Teilchenspur hinterlässt – diese Spur wird in einem gewissen Sinne von den Atomen in der Kammer erzeugt. Interferenzversuche hat man nicht nur mit Elektronen, Photonen und Atomen durchgeführt, sondern auch mit größeren Systemen. So ist es beispielsweise in Experimenten von Anton Zeilinger und Mitarbeitern an der Universität Wien gelungen, Moleküle aus 60 bzw. 70 Kohlenstoffatomen (die so genannten Fullerene  $C_{60}$  bzw.  $C_{70}$ ) zur Interferenz zu bringen; tatsächlich konnten jeweils einzelne Moleküle dieser Sorte mit sich selbst interferieren.

Statt des Doppelspalts benutzt man oft einen analogen Aufbau mit Interferometern, um den Unterschied zwischen klassischen Teilchen und quantenmechanischen Objekten zu demonstrieren (Abb. 5). Dabei wird das Teilchen durch einen Strahlteiler zunächst aufgespalten und dann wieder zusammengeführt. Nach dieser Zusammenführung kann man in geeigneten Detektoren A und B Interfe-